El Principio de Conservación de la Energía

Alejandro A. Torassa

(2014) Buenos Aires, Argentina
atorassa@gmail.com

Resumen

En mecánica clásica, este trabajo presenta un nuevo principio de conservación de la energía que es invariante bajo transformaciones entre sistemas de referencia y que puede ser aplicado en cualquier sistema de referencia (rotante o no rotante) (inercial o no inercial) sin necesidad de introducir fuerzas ficticias.

Introducción

Si consideramos dos partículas i y j entonces las siguientes relaciones son obtenidas:

$$\breve{\mathbf{r}}_i - \breve{\mathbf{r}}_j = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j$$

$$\breve{\mathbf{a}}_i - \breve{\mathbf{a}}_j = \frac{\mathbf{F}_i}{m_i} - \frac{\mathbf{F}_j}{m_j}$$

$$\Delta\,(\breve{\mathbf{v}}_i - \breve{\mathbf{v}}_j)\cdot(\breve{\mathbf{v}}_i - \breve{\mathbf{v}}_j) = 2\int_1^2 (\breve{\mathbf{a}}_i - \breve{\mathbf{a}}_j)\cdot d(\breve{\mathbf{r}}_i - \breve{\mathbf{r}}_j)$$

$$(\breve{\mathbf{v}}_i - \breve{\mathbf{v}}_j)\cdot(\breve{\mathbf{v}}_i - \breve{\mathbf{v}}_j) + (\breve{\mathbf{a}}_i - \breve{\mathbf{a}}_j)\cdot(\breve{\mathbf{r}}_i - \breve{\mathbf{r}}_j) = (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j)\cdot(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j) + (\mathbf{a}_i - \mathbf{a}_j)\cdot(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j)$$

donde $\breve{\mathbf{r}}_i, \breve{\mathbf{v}}_i, \breve{\mathbf{a}}_i, \breve{\mathbf{r}}_j, \breve{\mathbf{v}}_j, \breve{\mathbf{a}}_j$ son las posiciones, las velocidades y las aceleraciones de las partículas i y j respecto a un sistema de referencia inercial $\breve{S}$, $\mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i, \mathbf{a}_i, \mathbf{r}_j, \mathbf{v}_j, \mathbf{a}_j$ son las posiciones, las velocidades y las aceleraciones de las partículas i y j respecto a un sistema de referencia inercial o no inercial S, m_i, m_j son las masas de las partículas i y j y $\mathbf{F}_i, \mathbf{F}_j$ son las fuerzas resultantes que actúan sobre las partículas i y j.

Trabajo, K y U

Si consideramos un sistema de N partículas entonces el trabajo total W realizado por las fuerzas que actúan sobre el sistema de partículas, está dado por:

$$W = \sum_{i=1}^{\mathrm{N}} \sum_{j>i}^{\mathrm{N}} \frac{1}{2} \frac{m_i m_j}{M} \left[2 \int_1^2 \left(\frac{\mathbf{F}_i}{m_i} - \frac{\mathbf{F}_j}{m_j} \right) \cdot d(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) + \Delta \left(\frac{\mathbf{F}_i}{m_i} - \frac{\mathbf{F}_j}{m_j} \right) \cdot (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \right]$$

En un sistema de N partículas, el trabajo total W realizado por las fuerzas que actúan sobre el sistema de partículas es igual al cambio en la energía cinética total K del sistema de partículas.

$$\Delta K = \Delta \sum_{i=1}^{\mathrm{N}} \sum_{j>i}^{\mathrm{N}} \frac{1}{2} \frac{m_i m_j}{M} \Big[(\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j) \cdot (\mathbf{v}_i - \mathbf{v}_j) + (\mathbf{a}_i - \mathbf{a}_j) \cdot (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \Big]$$

En un sistema de N partículas, el trabajo total W realizado por las fuerzas conservativas que actúan sobre el sistema de partículas es igual y de signo opuesto al cambio en la energía potencial total U del sistema de partículas.

$$-\Delta U = \sum_{i=1}^{\mathrm{N}} \sum_{j>i}^{\mathrm{N}} \frac{1}{2} \frac{m_i m_j}{M} \left[2 \int_1^2 \left(\frac{\mathbf{F}_i}{m_i} - \frac{\mathbf{F}_j}{m_j} \right) \cdot d(\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) + \Delta \left(\frac{\mathbf{F}_i}{m_i} - \frac{\mathbf{F}_j}{m_j} \right) \cdot (\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j) \right]$$

En un sistema aislado de N partículas, si la tercera ley de Newton es válida entonces la energía potencial total U del sistema de partículas, está dada por:

$$-\Delta U = \sum_{i=1}^{\mathrm{N}} \left(\int_1^2 \mathbf{F}_i \cdot d\mathbf{r}_i + \Delta \, \frac{1}{2} \, \mathbf{F}_i \cdot \mathbf{r}_i \right)$$

donde $\mathbf{r}_i, \mathbf{v}_i, \mathbf{a}_i, \mathbf{r}_j, \mathbf{v}_j, \mathbf{a}_j$ son las posiciones, las velocidades y las aceleraciones de las partículas i-ésima y j-ésima (respecto a un sistema de referencia inercial o no inercial S) m_i, m_j son las masas de las partículas i-ésima y j-ésima, $\mathbf{F}_i, \mathbf{F}_j$ son las fuerzas resultantes que actúan sobre las partículas i-ésima y j-ésima y M es la masa total del sistema de partículas.

El Principio

El nuevo principio de conservación de la energía afirma que en un sistema de N partículas que está sujeto solamente a fuerzas conservativas la energía (mecánica) total del sistema de partículas permanece constante.

$$K + U = constante$$

donde K es la energía cinética total del sistema de partículas y U es la energía potencial total del sistema de partículas.

Observaciones

La energía cinética total de un sistema de partículas es invariante bajo transformaciones entre sistemas de referencia.

La energía potencial total de un sistema de partículas es invariante bajo transformaciones entre sistemas de referencia.

El nuevo principio de conservación de la energía es invariante bajo transformaciones entre sistemas de referencia.

El nuevo principio de conservación de la energía puede ser aplicado en cualquier sistema de referencia (rotante o no rotante) (inercial o no inercial) sin necesidad de introducir fuerzas ficticias.

Bibliografía

A. Einstein, Sobre la Teoría de la Relatividad Especial y General.

E. Mach, La Ciencia de la Mecánica.

H. Goldstein, Mecánica Clásica.

Anexo

Trabajo (cm)

Si consideramos un sistema de N partículas entonces el trabajo total W realizado por las fuerzas que actúan sobre el sistema de partículas puede también ser expresado como sigue:

$$W = \sum_{i=1}^{\mathrm{N}} \left(\int_1^2 \mathbf{F}_i \cdot d\overline{\mathbf{r}}_i + \Delta\, \frac{1}{2}\, \mathbf{F}_i \cdot \overline{\mathbf{r}}_i \right)$$

donde $\overline{\mathbf{r}}_i = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{cm}$, $\mathbf{r}_i$ es la posición de la i-ésima partícula, $\mathbf{r}_{cm}$ es la posición del centro de masa del sistema de partículas y $\mathbf{F}_i$ es la fuerza resultante que actúa sobre la i-ésima partícula.

Energía Cinética

Si consideramos un sistema de N partículas entonces la energía cinética total K del sistema de partículas puede también ser expresada como sigue:

$$K = \sum_{i=1}^{\mathrm{N}} \frac{1}{2}\, m_i \left(\overline{\mathbf{v}}_i \cdot \overline{\mathbf{v}}_i + \overline{\mathbf{a}}_i \cdot \overline{\mathbf{r}}_i \right)$$

$$K = \sum_{i=1}^{\mathrm{N}} \sum_{j>i}^{\mathrm{N}} \frac{1}{2}\, \frac{m_i m_j}{M} \left(\dot{r}_{ij}\, \dot{r}_{ij} + \ddot{r}_{ij}\, r_{ij} \right)$$

$$K = \sum_{i=1}^{\mathrm{N}} \frac{1}{2}\, m_i\, \mathbf{v}_i \cdot \mathbf{v}_i - \frac{1}{2}\, M\, \mathbf{v}_{cm} \cdot \mathbf{v}_{cm} + \sum_{i=1}^{\mathrm{N}} \frac{1}{2}\, m_i\, \mathbf{a}_i \cdot \mathbf{r}_i - \frac{1}{2}\, M\, \mathbf{a}_{cm} \cdot \mathbf{r}_{cm}$$

donde $r_{ij} = |\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|$, $\dot{r}_{ij} = d|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|/dt$, $\ddot{r}_{ij} = d^2|\mathbf{r}_i - \mathbf{r}_j|/dt^2$, $\overline{\mathbf{r}}_i = \mathbf{r}_i - \mathbf{r}_{cm}$, $\overline{\mathbf{v}}_i = \mathbf{v}_i - \mathbf{v}_{cm}$, $\overline{\mathbf{a}}_i = \mathbf{a}_i - \mathbf{a}_{cm}$, $\mathbf{r}_i$, $\mathbf{v}_i$, $\mathbf{a}_i$, $\mathbf{r}_j$, $\mathbf{v}_j$, $\mathbf{a}_j$, $\mathbf{r}_{cm}$, $\mathbf{v}_{cm}$, $\mathbf{a}_{cm}$ son las posiciones, las velocidades y las aceleraciones de la i-ésima partícula, de la j-ésima partícula y del centro de masa del sistema de partículas, m_i, m_j son las masas de la i-ésima partícula y de la j-ésima partícula y M es la masa total del sistema de partículas.